

23. W trójkąt równoboczny wpisano okrąg o promieniu 1. Następnie narysowano trzy mniejsze okręgi, z których każdy był styczny do dwóch boków trójkąta i do dużego okręgu. Koło ograniczone małym okręgiem ma pole:

- A) dokładnie 3 razy mniejsze niż pole koła ograniczonego dużym okręgiem
- B) dokładnie 9 razy mniejsze niż pole koła ograniczonego dużym okręgiem
- C) ponad 3 razy mniejsze niż pole trójkąta
- D) ponad 9 razy mniejsze niż pole trójkąta

24. Pewne dwie liczby mają tę własność, że zarówno ich iloczyn jak i ich suma są liczbami całkowitymi dodatnimi. W takim razie obie te liczby muszą być:

- A) liczbami naturalnymi
- B) liczbami całkowitymi
- C) liczbami wymiernymi
- D) liczbami dodatnimi

25. Analizując jedynie trzycyfrową końcówkę liczby naturalnej można stwierdzić, czy liczba ta jest podzielna:

- A) przez 6
- B) przez 8
- C) przez 40
- D) przez 125

26. Jaką objętość może mieć bryła obrotowa powstała z obrotu trójkąta prostokątnego równoramiennego o przyprostokątnej długości 1 dookoła jednego z boków?

- A) $\frac{\pi}{3}$
- B) $\frac{\pi}{6}$
- C) $\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$
- D) $\frac{\pi}{6\sqrt{2}}$

27. Dane są dwie liczby naturalne, z których żadna nie jest dzielnikiem drugiej z nich. Ile może wynosić iloraz ich najmniejszej wspólnej wielokrotności i największego wspólnego dzielnika?

- A) 15
- B) 16
- C) 27
- D) 28

28. Jaka może być łączna długość obu przekątnych rombu o boku długości 1?

- A) 2
- B) $2\sqrt{2}$
- C) 2,8
- D) 4

Alfik Matematyczny

24 listopada 2010

STUDENT – klasy II – III liceum
Czas trwania konkursu: 1 godz. 30 min.

Witamy Cię. Otrzymujesz od nas 112 punktów – tyle ile masz decyzji do podjęcia. Za każdą poprawną odpowiedź dopisujemy Ci jeszcze 1 punkt, za błędną zabieramy dany punkt. Gdy nie odpowiadasz, zachowujesz podarowany punkt. Pamiętaj, że **każda z odpowiedzi A, B, C, D może być fałszywa lub prawdziwa**. W czasie konkursu **nie wolno używać kalkulatorów**. Życzymy przyjemnej pracy. Powodzenia!

1. Jaką resztę z dzielenia przez 15 może dawać liczba, która z dzielenia przez 3 daje resztę 2, a z dzielenia przez 5 daje resztę 1?
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12
2. Jaką sumę cyfr może mieć trzycyfrowa liczba pierwsza?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5
3. Dana jest liczba 12345. Powtarzając (dowolną liczbę razy) operację zamiany miejscami dowolnie wybranych dwóch sąsiednich cyfr możemy z niej otrzymać liczbę
A) 12543 B) 15432 C) 54321 D) 34512
4. Wielokąt wypukły, który ma środek symetrii może być:
A) sześciokątem B) siedmiokątem
C) ośmiokątem D) dziewięciokątem
5. Na ile sześcianów (niekoniecznie jednakowych) można rozciąć sześcian?
A) 8 B) 15 C) 27 D) 34
6. Dla danych dwóch prostych skośnych zawsze istnieje płaszczyzna, która:
A) przecina obie te proste B) jest prostopadła do obu tych prostych
C) zawiera obie te proste D) jest równoległa do obu tych prostych

7. Ile cyfr może mieć liczba naturalna o tej własności, że suma jej cyfr jest równa iloczynowi jej cyfr?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5
8. Istnieje wielokąt, dla którego suma miar kątów wewnętrznych jest równa:
A) 720° B) 810° C) 900° D) 990°
9. Jaką resztę z dzielenia przez 6 może dawać kwadrat liczby naturalnej?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4
10. Jeśli na kuli opiszemy walec oraz w walec ten wpisujemy stożek (co oznacza, że jedna podstawa walca pokrywa się z podstawą stożka, a na drugiej podstawie walca leży wierzchołek stożka), to:
A) stosunek objętości stożka i walca wyniesie 1 : 3
B) stosunek objętości stożka i kuli wyniesie 2 : 3
C) stosunek objętości stożka i kuli wyniesie 1 : 2
D) stosunek objętości kuli i walca wyniesie 2 : 3
11. O liczbie n wiadomo, że zarówno liczba n jak i liczba $n + 15$ są kwadratami liczb naturalnych. W takim razie może się zdarzyć, że kwadratem liczby naturalnej będzie również:
A) $n + 8$ B) $n + 16$ C) $n + 24$ D) $n + 32$
12. Dzielnikiem właściwym nazywamy taki (dodatni) dzielnik liczby, który jest od tej liczby mniejszy. Jaką cyfrę dziesiątek może mieć dwucyfrowa liczba naturalna, która jest iloczynem wszystkich swoich (dodatnich) dzielników właściwych?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5
13. W którym z wymienionych poniżej wielokątów liczba przekątnych jest podzielna przez 3?
A) siedmiokąt wypukły B) ośmiokąt wypukły
C) dziewięciokąt wypukły D) dziesięciokąt wypukły
14. W przestrzeni dana jest prosta l oraz płaszczyzna π . Spełnienie którego z poniższych warunków oznacza, że prosta l na pewno jest prostopadła do płaszczyzny π ?
A) prosta l jest prostopadła do pewnej prostej na płaszczyźnie π
B) prosta l jest prostopadła do dwóch różnych prostych na płaszczyźnie π
C) prosta l jest prostopadła do dwóch nierównoległych prostych na płaszczyźnie π
D) prosta l jest prostopadła do każdej prostej na płaszczyźnie π
15. Na płaszczyźnie dany jest pierścień ograniczony dwoma koncentrycznymi okręgami o promieniach 4 i 5. Można znaleźć zawarty w tym pierścieniu odcinek o długości:
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8
16. Na płaszczyźnie narysowano pewną liczbę okręgów, z których każde dwa są rozłączne zewnętrznie. Wszystkie te okręgi są styczne zewnętrznie do pewnego okręgu o promieniu 1. Wśród tych okręgów może być:
A) 5 okręgów o promieniu 1 B) 6 okręgów o promieniu 1
C) 3 okręgi o promieniu 2 D) 4 okręgi o promieniu 2
17. Jeśli liczby a i b spełniają warunek $a^2 + b^2 = 20$, to ile może być równy iloczyn $a \cdot b$?
A) 8 B) 10 C) 12 D) mniej niż 8
18. Jeśli połączymy środki boków dowolnego prostokąta to otrzymany czworokąt zawsze będzie:
A) równoległobokiem B) rombem
C) prostokątem D) miał pole równe połowie pola prostokąta
19. Jeśli na trójkącie prostokątnym równoramiennym o przyprostokątnej długości 1 opiszemy okrąg i wpisemy w niego okrąg, to:
A) okrąg opisany będzie miał promień długości $\frac{\sqrt{2}}{2}$
B) okrąg wpisany będzie miał promień długości $\frac{\sqrt{2}}{4}$
C) odległość środków obu okręgów będzie równa długości promienia okręgu wpisanego
D) okrąg opisany ogranicza koło o polu ponad trzy razy większym niż pole trójkąta
20. Z prostokąta o polu 10 cm^2 wycięto trójkąt o polu 5 cm^2 . Trójkąt ten:
A) musi zawierać parę przeciwległych wierzchołków prostokąta
B) musi zawierać trzy wierzchołki prostokąta
C) musi zawierać przynajmniej dwa wierzchołki prostokąta
D) musi zawierać przynajmniej jeden wierzchołek prostokąta
21. Ile kólek o średnicy 10 cm można wyciąć z kwadratowej kartki papieru o wymiarach $80 \text{ cm} \times 80 \text{ cm}$?
A) 64 B) 65 C) 66 D) 67
22. Ile można znaleźć takich dwucyfrowych liczb naturalnych, że każde dwie z nich są względnie pierwsze, natomiast żadna z tych liczb nie jest liczbą pierwszą?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6