2,3,4 L

JERSZ
ŁOWCY TALENTÓW

Alfik Matematyczny

2024

XXX EDYCJA OGÓLNOPOLSKIEGO KONKURSU MATEMATYCZNEGO

21 listopada 2024

klasy 2–4 szkoły ponadpodstawowej

Test trwa 90 minut

Otrzymujesz od nas 112 punktów – tyle ile masz decyzji do podjęcia. Za każdą poprawną odpowiedź dopisujemy Ci jeszcze 1 punkt, za błędną zabieramy dany punkt. Gdy nie odpowiadasz, zachowujesz podarowany punkt. Pamiętaj, że każda z odpowiedzi A, B, C, D może być fałszywa lub prawdziwa. O przebiegu realizacji konkursu, będziemy Cię informować na bieżąco na stronie www.jersz.pl

Życząc sukcesów, serdecznie Cię zapraszamy do testu konkursowego Alfika Matematycznego 2024!

Komitet Organizacyjny Konkursu

1. Jaką resztę przy dzieleniu przez 5 może dawać kwadrat liczby naturalnej?
   A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

2. Istnieje taka para liczb naturalnych (x, y) spełniających równanie $x^2 - 2y^2 = 1$, dla której $x + y$ wynosi:
   A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

3. Każdy wierzchołek sześcianu malujemy na biało lub na czarno tak, by każda ściana sześcianu miała dwa wierzchołki białe i dwa czarne. Kolorowanie możemy wykonać tak, by liczba czarnych wierzchołków wyniosła:
   A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

4. W działaniu 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 25 niektóre znaki „+” należy zamienić na znaki „–” tak, aby otrzymać prawdziwą równość. Jaka może być liczba zamienionych znaków?
   A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

5. Z cyfr 1, 2, 3, wykorzystując każdą cyfrę dokładnie raz, można ułożyć trzycyfrową liczbę podzielną przez:
   A) 2 B) 3 C) 5 D) 6

6. Istnieje taka liczba pierwsza p, że liczbą pierwszą jest również:
   A) $2p$ B) $2p + 1$ C) $2p + 3$ D) $p^2 + 1$

7. Jaką cyfrę setek może mieć trzycyfrowa liczba będąca sześcianem liczby naturalnej?
   A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

8. Sklejając podstawami dwa przystające ostrosłupy prawidłowe otrzymano wielościan, którego wszystkie ściany były przystającymi trójkątami. Wielościan ten mógł mieć:
   A) dokładnie 15 krawędzi B) dokładnie 15 wierzchołków
   C) dokładnie 15 ścian D) mniej niż 10 krawędzi

9. O pewnych czterech liczbach całkowitych wiadomo, że suma każdych dwóch z nich jest dodatnia. Ile spośród tych czterech liczb może być dodatnich?
   A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

10. Jaka może być liczba (dodatnich) dzielników liczby będącej kwadratem liczby naturalnej?
    A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

11. Pewna liczba spełnia dokładnie trzy z podanych poniżej czterech warunków. Którego warunku może nie spełniać?
    A) jest mniejsza niż 2 B) jest nie większa niż 4 C) jest większa niż 5 D) jest nie mniejsza niż 1

12. Suma miar kątów wielokąta (wypukłego) może wynosić:
    A) 360° B) 450° C) 540° D) 720°

13. Którą z poniższych liczb można przedstawić w postaci sumy kwadratów trzech (niekoniecznie różnych) liczb całkowitych?
    A) 10 B) 15 C) 20 D) 25

14. Wśród rozwiązań równania: $|1 + x + |x|| = 1$ jest:
   A) przynajmniej jedna liczba dodatnia B) przynajmniej jedna liczba ujemna
   C) przynajmniej dwie liczby dodatnie D) przynajmniej dwie liczby ujemne

15. Ułamek dziesiętny okresowy: 0,0333… można przedstawić w postaci ułamka zwykłego o liczniku całkowitym i mianowniku równym:
   A) 10 B) 11 C) 30 D) 90

16. Pewna przekątna wielokąta foremnego przecina dokładnie 6 innych przekątnych tego wielokąta (przy czym przekątnych o wspólnym końcu nie uważamy za przecinające się). Jaki to może być wielokąt?
   A) 6-kąt foremny B) 7-kąt foremny C) 8-kąt foremny D) 9-kąt foremny

17. Prostokąt, którego wszystkie boki mają długości całkowite, obrócono wokół jednego z boków, otrzymując walec. Jeśli objętość walca wyniosła 36π, to jakie mogło być pole prostokąta?
   A) 9 B) 12 C) 16 D) 18

18. Które z podanych poniżej równań opisuje prostą przecinającą wnętrze kwadratu, którego dwoma przeciwległymi wierzchołkami są punkty (0, 0) i (2, 2) ?
   A) $y = 3x + 2$ B) $y = 3x – 2$ C) $y = 0,5x + 1$ D) $y = 0,5x – 1$

19. Przekątną wielościanu nazywamy odcinek łączący dwa wierzchołki tego wielościanu i nie leżący na żadnej jego ścianie. Sklejając podstawami dwa przystające ostrosłupy prawidłowe otrzymano wielościan, którego ściany były przystającymi trójkątami, i który miał mniej niż 10 przekątnych. Jakim wielokątem mogła być podstawa każdego z tych ostrosłupów?
   A) trójkątem B) czworokątem C) pięciokątem D) sześciokątem

20. Zbiór jest *zamknięty na mnożenie*, jeśli iloczyn dowolnych dwóch (niekoniecznie różnych) elementów tego zbioru również do tego zbioru należy. Dla jakiej wartości *r* zbiór wszystkich liczb całkowitych dających przy dzieleniu przez 4 resztę *r* jest zamknięty na mnożenie?
   A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

21. Dwa boki pewnego trójkąta ostrokątnego mają długości 8 i 10. Jaka może być długość trzeciego boku?
   A) 5 B) 6 C) 7 D) 11

22. Dla jakiej wartości parametru *n* liczba $3^{n+2} – 3^n$ jest sześcianem liczby naturalnej?
   A) 3 B) 5 C) 6 D) 9

23. Działanie # definiujemy wzorem: $a \# b = a \cdot b + a + b$. Która z poniższych równości jest prawdziwa dla dowolnej liczby rzeczywistej *x*?
   A) $x \# 2 = 2 \# x$ B) $x \# 0 = x$ C) $x \# 1 = 2x + 1$ D) $x \# x = x^2$

24. Na płaszczyźnie dane są trzy okręgi, z których każdy ma promień o długości całkowitej. Każde dwa z tych okręgów są styczne zewnętrznie, a ich środki są wierzchołkami trójkąta równoramiennego o obwodzie długości 22. Najmniejszy z tych okręgów może mieć promień długości:
   A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

25. W pewnym roku w 5 miesiącach wypadło po 5 piątków. W jakim dniu tygodnia mógł wypaść ostatni dzień owego roku?
   A) w czwartek B) w piątek C) w sobotę D) w niedzielę

26. Adam i Bartek na przemian wykonują ruch polegający na zabraniu z pudełka 1 lub 2 kamyków. Grę zaczyna Adam, a wygrywa ten chłopiec, który zabierze ostatni kamyk. Przy jakiej początkowej liczbie kamyków Bartek może wygrać niezależnie od strategii Adama?
   A) 12 B) 13 C) 14 D) 15

27. Punkty *A*, *B* i *C* dzielą pewien okrąg na trzy łuki o długościach 1, 2 i 3. W takim razie jeden z kątów trójkąta *ABC* ma miarę:
   A) 30° B) 45° C) 60° D) 90°

28. Dla jakiej wartości parametru *p* równanie: $|x| + |x – 2| = p$ ma przynajmniej jedno rozwiązanie?
   A) 0 B) 1 C) 2 D) 3